

Modele Markov pentru problema de interferență a sistemelor

Elena-Sorina Vărvara

Rezumat

Proiectul de diplomă tratează o problemă din domeniul sistemelor cu evenimente discrete cunoscută în literatura de specialitate ca problema de interferență a sistemelor.

Fie un sistem a cărui bună funcționare este afectată de întreruperi accidentale, specifice procesului pe care acesta îl realizează, întreruperi ce apar la momente de timp aleatoare. În caz de oprire, este necesară intervenția unui muncitor de deservire pentru remediere și repunere în funcțiune. Să considerăm cazul general în care S sisteme sunt deservite de m muncitori (de regulă, $S \gg m$). Atunci când numărul de sisteme oprite este mai mare decât numărul de muncitori, intervine un timp de așteptare până la începerea remedierii care se mai numește și timp de interferență a sistemelor. Ca indicator de performanță pentru sistemele studiate se folosește disponibilitatea, ce reflectă procentul perioadelor de timp de bună funcționare. Pentru muncitorii de deservire se are în vedere un grad de ocupare corespunzător, care să nu ducă însă la suprasolicitare. Timpul de interferență afectează disponibilitatea sistemelor și trebuie redus pe cât posibil. Scăderea timpului de interferență presupune creșterea capacității de deservire. În aceste condiții, gradul de ocupare a muncitorilor va fi mai redus. Prin urmare, trebuie găsită o soluție optimă pentru mărimile S și m , ținând cont de cele două tendințe contradictorii.

Procesul stohastic studiat cuprinde ca variabile aleatoare primare următoarele mărimi: timpul de funcționare a sistemului până la apariția unei întreruperi accidentale și timpul de remediere pentru repunerea în funcțiune. Când sistemul are mai multe cauze independente de întrerupere accidentală intervin două astfel de variabile aleatoare pentru fiecare cauză în parte și modelul stohastic devine mai complex. Pentru fiecare variabilă aleatoare primară trebuie să se cunoască funcția de repartiție. În această lucrare am avut în vedere numai variabile aleatoare primare cu repartiție exponențial negativă.

Pentru cazul cel mai simplu în care muncitorul deservește un singur sistem și în care nu intervine fenomenul de interferență, disponibilitatea sistemului poate fi dedusă chiar pe baza unui raționament intuitiv. Problema care se pune este aceea ca pe baza modelului stohastic primar să se facă o predicție cu privire la disponibilitatea care s-ar obține în funcție de numărul de sisteme alocate muncitorului de deservire; sau mai precis, în funcție de modul de organizare a deservirii pentru sistemele afectate de întreruperi accidentale. Această problemă de predicție cunoscută în literatura de specialitate ca problema de interferență a sistemelor poate fi tratată analitic sau prin simulare numerică.

Proiectul de diplomă s-a axat pe rezolvarea analitică a acestei probleme pe baza modelelor Markov. Această abordare este posibilă atunci când variabilele aleatoare primare au repartiții exponențial negative. Mai precis, în cadrul proiectului am realizat un program de aplicare asistată a metodei analitice bazată pe modele Markov pentru sisteme cu două, trei, patru și cinci cauze independente de defectare.

Pentru interfața cu utilizatorul și pentru generarea automată a grafului stărilor specific modelului Markov am realizat un program în C#. Pentru rezolvarea numerică a sistemului de

ecuații lineare care rezultă, în vederea determinării disponibilității sistemelor și a gradului de ocupare a muncitorului de deservire, am realizat un program în Matlab.

Studiile de caz realizate în cadrul proiectului evidențiază creșterea exponențială a numărului de stări pentru modelele Markov în funcție de numărul de sisteme și mai ales, în funcție de numărul cauzelor independente de întrerupere accidentală. Verificările efectuate au arătat că pentru cazurile uzuale întâlnite în practică numărul de stări ajunge de ordinul sutelor sau miilor. Așadar, chiar dacă metoda analitică bazată pe modele Markov este bine formalizată apar serioase dificultăți de ordin practic datorită numărului mare de stări.

Pentru stăpânirea complexității acestor modele în proiect s-a verificat o metodă de evaluare aproximativă bazată pe modele Markov reduse, cu un număr restrâns de stări. Mai exact, se renunță la stările cu cea mai mică probabilitate de apariție. Verificările numerice demonstrează aplicabilitatea acestei metode în condițiile în care eroarea de estimare este redusă (de ordinul a câteva procente) în condițiile în care numărul de stări se reduce chiar și la jumătate.

În lucrarea de față se calculează disponibilitatea sistemelor printr-un program ce reflectă problema de interferență a modelelor. Pentru acest calcul avem nevoie să știm toate stările modelului studiat. Astfel în realizarea calculului vor fi utilizate doar stările de succes, neluându-se în calcul stările în care sistemul este oprit. Pentru aflarea tuturor stărilor s-a implementat un algoritm de generare a stărilor ce are ca date de intrare numărul de sisteme și numărul cauzelor de defectare. Pentru a putea fi vizualizate cu ușurință stările rezultate și tranzițiile între acestea, s-a construit un tabel HTML care conține indexul stării, descrierea acesteia, precum și tranzițiile de plecare sau de revenire în starea respectivă. Pe baza acestui tabel, a valorilor ratelor medii de întrerupere accidentală și a intensităților medii de remediere, se calculează matricea de adiacență pentru modelul studiat, matrice ce stă la baza calculului disponibilității.

Modelele Markov ce nu pot fi rezolvate printr-o abordare analitică pot fi rezolvate prin simulare numerică pentru toate cazurile de variabile aleatoare, nu numai pentru cele exponențial negative sau cu ajutorul modelelor Markov pentru sisteme cu rezervă.